

Lời giải câu trắc nghiệm

1) Hàm số $F(x) = \cos x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số

Lời giải

$$f(x) = F'(x) = -\sin x - \frac{1}{x^2}.$$

2) Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định trên K và có nguyên hàm trên K . Khẳng định nào sau đây sai?

Lời giải

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx \text{ (vì thiếu điều kiện : } k \neq 0 \text{)}.$$

3) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2}$.

Lời giải

$$\int \left(x^3 - \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + C.$$

4) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + \cos x$ là

Lời giải

$$\int \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \cos x \right) dx = -\cot x + \sin x + C.$$

5) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$ và có nguyên hàm $F(x)$ trên đoạn $[a, b]$. Khi đó $\int_a^b f(x) dx$ bằng

Lời giải

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

6) Tích phân $\int_1^3 e^{3-x} dx$ bằng

Lời giải

$$\int_1^3 e^{3-x} dx = -e^{3-x} \Big|_1^3 = -e^0 + e^2 = e^2 - 1.$$

7) Tích phân $\int_{-2}^3 \frac{1}{5+2x} dx$ bằng

$$\int_{-2}^3 \frac{1}{5+2x} dx = \frac{1}{2} \ln|5+2x| \Big|_{-2}^3 = \frac{1}{2} \ln 11.$$

8) Cho $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức nào sau đây là đúng?

Lời giải

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

9) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

Lời giải

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

10) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

Lời giải

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

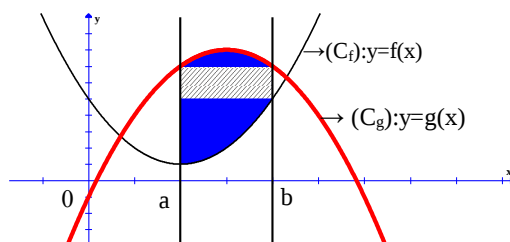
11) Một vật chuyển động với vận tốc được xác định bởi hàm số $v = f(t)$, t là thời điểm. Viết công thức tính quãng đường vật chuyển động được từ thời điểm a đến thời điểm b .

Lời giải

$$s = \int_a^b f(t) dt.$$

12) Diện tích của phần gạch chéo trong hình

$$S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$$



13) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$. Công thức nào dưới đây sai?

Lời giải

$$\text{Vì } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A + y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \text{ là công thức sai}$$

14) Trong không gian Oxyz, có ba vectơ đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt trên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Lời giải

$$\vec{j} = (0; 1; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$$

15) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(4; -6; -3)$. Tìm tọa độ hình chiếu của M lên trục cao.

Lời giải

$(0; 0; -3)$ là hình chiếu của M lên trục cao.

16) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là

Lời giải

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

17) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 11 = 0$ có tâm I và có bán kính R lần lượt là

Lời giải

$$\text{Ta có: } a=3, b=-2, c=-1, d=11 \Rightarrow I(3; -2; -1), R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 5$$

18) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P): $3x - 7y + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là

Lời giải

$$\vec{n}_P = (3; -7; 0) = -(-3; 7; 0) \Rightarrow \vec{n} = (-3; 7; 0) \text{ là một vector pháp tuyến của (P).}$$

19) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (α) song song với trục tung có dạng:

Lời giải

$$\Rightarrow \text{ptmp}(\alpha): Ax + Cz + D = 0 \quad (D \neq 0) \quad (\text{SGK})$$

20) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm A(-1; 5; 2) và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; -3; 1)$?

Lời giải

Theo giả thiết mp đi qua A và có VTPT $\vec{n}$ có phương trình: $4x - 3y + z + 17 = 0$

$$21) \text{ Trong không gian Oxyz, đường thẳng d: } \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 \\ z = -3 + 2t \end{cases} \text{ có một vector chỉ phương là}$$

Lời giải

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

22) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Lời giải

$$S = \int_0^3 |e^{2x} - 0| dx = \int_0^3 |e^{2x}| dx = \int_0^3 e^{2x} dx$$

23) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Lời giải

$$V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_1^4 x dx.$$

24) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm K(2; 1; -4) và mặt phẳng (P): $3x + y - 2z - 4 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua K và song song với (P).

Lời giải

Mặt phẳng (Q) đi qua K và có VTPT $\vec{n} = (3; 1; -2) \Rightarrow \text{ptmp}(Q): 3x + y - 2z - 15 = 0$.

25) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(4; 1; -3), B(-1; 3; 2), C(3; -2; 5). Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

Lời giải

Đường thẳng d đi qua A và có VTCP $\overrightarrow{BC} = (4; -5; 3) \Rightarrow$ ptct của d : $\frac{x-4}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{3}$.

26) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 5 - 7\sin x$ và $f(0) = -9$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Lời giải

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (5 - 7\sin x) dx = 5x + 7\cos x + C$$

$$f(0) = -9 \Leftrightarrow C = -16$$

$$KL : f(x) = 5x + 7\cos x - 16.$$

27) Cho $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5; 4]$ và có nguyên hàm $F(x)$ trên đoạn $[-5; 4]$. Biết $\int_{-5}^4 f(x) dx = 198$ và $F(4) = 68$. Tính $F(-5)$.

Lời giải

$$\int_{-5}^4 f(x) dx = 198 \Leftrightarrow F(x) \Big|_{-5}^4 = 198 \Leftrightarrow F(4) - F(-5) = 198 \Leftrightarrow F(-5) = -130.$$

28) Cho $\int_{-5}^2 f(x) dx = 560$. Tính $I = \int_{-2}^{\frac{4}{5}} f\left(\frac{5x}{2}\right) dx$.

Lời giải

$$I = \int_{-2}^{\frac{4}{5}} f\left(\frac{5x}{2}\right) dx = \frac{2}{5} \int_{-2}^{\frac{4}{5}} f\left(\frac{5x}{2}\right) d\left(\frac{5x}{2}\right) = \int_{-5}^2 \frac{2}{5} f(t) dt = \frac{2}{5} \int_{-5}^2 f(x) dx = \frac{2}{5} \cdot 560 = 224.$$

29) Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_2^4 f(x) dx = 56, \int_2^1 f(x) dx = -7$. Tính $\int_1^4 f(x) dx$.

Lời giải

$$\int_1^4 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 7 + 56 = 63.$$

30) Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = t^2 + 5t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật đi được trong 10 giây đầu (Kết quả lấy tròn 3 chữ số lẻ).

Lời giải

$$s = \int_0^{10} (t^2 + 5t) dt = \left(\frac{1}{3} t^3 + \frac{5}{2} t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{1750}{3} \approx 583.333 \text{ m}$$

31) Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cdot \cos x dx$.

Lời giải

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cdot \cos x dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x d(\sin x) = \frac{1}{6} \sin^6 x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{6} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right) = \frac{21}{128}$$

32) Tính tích phân $I = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x^2} dx$.

Lời giải

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx, dv = \frac{1}{x^2} dx \Rightarrow v = -\frac{1}{x}$

$$I = \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \cdot \ln x \Big|_1^{e^2} + \int_1^{e^2} \frac{1}{x^2} dx = -2e^{-2} - \frac{1}{x} \Big|_1^{e^2} = 1 - 3e^{-2}.$$

33) Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cos x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \sin x$.

Lời giải

$$\int f'(x) \cdot \sin x dx = \int \sin x d(f(x)) = f(x) \cdot \sin x - \int f(x) \cos x dx (*)$$

$F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cos x$

$$\Rightarrow F'(x) = f(x) \cdot \cos x \Rightarrow f(x) = \frac{F'(x)}{\cos x} \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{\cos x}.$$

$$(*) \Rightarrow \int f'(x) \cdot \sin x dx = \frac{2x}{\cos x} \cdot \sin x - \int F'(x) dx = \frac{2x}{\cos x} \cdot \sin x - F(x) + C = -x^2 + 2x \tan x + C.$$

34) Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \cos x + 2x \sin x) dx = \frac{\pi^a}{b}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Lời giải

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \cos x + 2x \sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin x)' dx = x^2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow a = 2, b = 4$$

35) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(6;4), B(6;2)$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo ra bởi tam giác OAB khi tam giác này quay xung quanh trục hoành.

Lời giải

$OA: y = \frac{2}{3}x, OB: y = \frac{x}{3}.$

$$V = V_{OA} - V_{OB} = \pi \int_0^6 \left(\frac{2}{3}x \right)^2 dx - \pi \int_0^6 \left(\frac{1}{3}x \right)^2 dx = 32\pi - 8\pi = 24\pi.$$

Lời giải câu tự luận

36)

a) Biết $\int_1^5 f(x) dx = 8$. Tính $\int_1^5 5f(x) dx$.

Lời giải

$$\int_1^5 5f(x) dx = 5 \int_1^5 f(x) dx = 5 \cdot 8 = 40$$

b) Biết $\int_{-2}^5 f(x) dx = 133$ và $\int_{-2}^5 g(x) dx = -112$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) + g(x)] dx$.

Lời giải

$$\int_{-2}^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + \int_{-2}^5 g(x) dx = 133 - 112 = 21.$$

37) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 - x^3$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x$.

Lời giải

Xét phương trình : $3x^2 - x^3 = x^2 - 3x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = -1 \text{ hay } x = 3$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^3 |x^3 - 2x^2 - 3x| dx = \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx - \int_0^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \left(0 + \frac{7}{12} \right) - \left(-\frac{45}{4} \right) = \frac{71}{6} \text{ (đvdt)} \end{aligned}$$

38) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(5; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 3z - 37 = 0$.

a) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Lời giải

$$\text{Bán kính mặt cầu : } R = d(I, (P)) = \frac{|2x_I - 6y_I + 3z_I - 37|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} = 3.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu : } (x - 5)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9.$$

b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm O, I và vuông góc với mặt phẳng (P).

Lời giải

Mặt phẳng (Q) đi qua $O(0; 0; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_P, \vec{OI}] = (3; 15; 28)$

$$\text{Phương trình mặt phẳng (Q) : } 3x + 15y + 28z = 0$$